

カルマンフィルタを用いた最適天候調整の研究

正会員 山田秀光 (トキメック)
 正会員 長谷川和彦 (大阪大学大学院工学研究科)
 学生会員 山下哲典 (大阪大学大学院工学研究科)

1. はじめに

船舶は航行中、風浪の影響を絶えず受け、特に波浪はヨーイングに大きな影響を与える。しかし、波浪によるヨーイング成分は舵による運動に比べ周波数帯域が高いため、これに応じて操舵を繰り返しても運動を抑えることができず、単に操舵機を酷使する結果となる（無駄舵と呼ばれている）。船舶用オートパイロット（以下、オートパイロットと称す）は実用化の初期より波浪に誘起されたヨーイングにはできるだけ応答しない機構が組み込まれており、これを天候調整と呼んでいた¹⁾。

その後、マイクロプロセッサの普及とともにオートパイロットへの現代制御理論の適用が検討され、カルマンフィルタを用いた天候調整の研究がなされた。田中らは²⁾波浪によるヨーイングをモデル化したカルマンフィルタを天候調整として用いることにより、従来型の天候調整に比べ無駄舵の低減効果が大きいことを計算機シミュレーション及び模型実験により示し、カルマンフィルタを用いた天候調整を「最適天候調整」と名付けた。しかしながら田中らの研究では風は一定値として扱われており、変動風の扱いがされていなかった。また、「最適天候調整」を実用化するためにはシステム方程式、観測方程式の各係数及びノイズの共分散等、カルマンフィルタに関する事前情報が必要であるが、これらの情報の取得方法については言及されていない。

本研究では波浪外乱に加え、変動風を考慮したカルマンフィルタを導出し、シミュレーションに

よりその有効性を示す。

2. 最適天候調整

カルマンフィルタを天候調整として用いた方位制御系のブロック図を Fig. 1 に示す。外乱としては波浪 w と変動風 v を考える。なお、波浪外乱のモデルは田中らの研究を参考にした。

2.1 状態方程式

舵に対する船体の応答は1次系近似で表されるとする。

$$T\ddot{\phi}_\delta + \dot{\phi}_\delta = K(\delta + v) \quad (1)$$

ここで

ϕ_δ : 操舵及び風により誘起される方位成分

δ : 舵角、 v : 風、 K, T : 操縦性指数

波に対する応答は下記の2次応答モデルで近似できるものとする。

$$T_{w1}T_{w2}\ddot{\phi}_w + (T_{w1} + T_{w2})\dot{\phi}_w + \phi_w = K_w w \quad (2)$$

ここで

ϕ_w : 波により誘起される方位成分

w : 波高、 T_{w1}, T_{w2}, K_w : 波に関する定数

次に波の生成を考える。波のスペクトルを次式で与える。

$$\phi(\omega) = \frac{k_A \omega^2}{\omega^4 - 2\zeta_A \omega_A^2 \omega^2 + \omega_A^4}$$

ここで K_A, ζ_A, ω_A は ISSC (1964) 提案の波スペクトルと次の点で一致するよう求められる。

- ・極大値とその時の ω が一致する。
- ・パワー（面積）が一致する。

このスペクトル $\phi(\omega)$ を持つ波は、

$\phi(\omega) = |\Phi(j\omega)|^2$, ($j^2 = -1$) となる成形フィルタ $\Phi(s)$ にスペクトル密度 1 の正規性白色雑音を通

Keywords: autopilot, Kalman filter, wave, weather adjustment,

すことによって得られる。

$$\Phi(s) = \frac{S_w s}{s^2 + S_2 s + S_1} \quad (3)$$

ここで $S_1 = 0.596\omega_1^2$

$S_2 = 0.343\omega_1$

$S_3 = 0.116H_v\omega_1^{1/2}$ H_v : 目視平均波高

$\omega_1 = 2\pi/T_v$ T_v : 目視平均周期

以上をサンプリング時間 τ で離散化すると次の状態方程式が得られる。

$$x(k+1) = Ax(k) + b\delta(k) + g\xi(k) \quad (4)$$

$$y(k) = cx(k) + m(k) \quad (5)$$

ここで、 $x(k) = \begin{bmatrix} \phi_\delta(k) \\ \dot{\phi}_\delta(k) \\ \phi_w(k) \\ \dot{\phi}_w(k) \\ z(k) \\ \dot{z}(k) \\ f(k) \end{bmatrix}$, $\xi(k) = \begin{bmatrix} v(k) \\ q(k) \end{bmatrix}$, $y(k) = \phi(k)$

z : 波生成に関する状態変数、

f : 風の直流成分、 m : 観測ノイズ

$$A \equiv \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{17} \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{27} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} & 0 & a_{36} & 0 \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} & 0 & a_{46} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} & a_{56} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{65} & a_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b \equiv \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g \equiv \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ b_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & g_{52} \\ 0 & g_{62} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$c \equiv [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

2.2 カルマンフィルタ

状態方程式が (4)、(5) 式で表現される時、カルマンフィルタは次式で表される³⁾。

ここで \hat{x} は転置行列、 \hat{x} は推定値を表し、 P は誤差

$$\hat{x}(k+1|k) = Ax(k|k) + b\delta(k) \quad (6)$$

$$P(k+1|k) = AP(k|k)A^T + gQg^T \quad (7)$$

$$K(k+1) = P(k+1|k)c^T\{cP(k+1|k)c^T + r\}^{-1} \quad (8)$$

$$\hat{x}(k+1|k+1) = \hat{x}(k+1|k) + K(k+1)\{y(k+1) - c\hat{x}(k+1|k)\} \quad (9)$$

$$P(k+1|k+1) = \{I - K(k+1)c\}P(k+1|k) \quad (10)$$

の共分散行列、 K はカルマンフィルタゲインを表す。

また、 $(k+1|k)$ は k 時点までの観測データが得られた時の $(k+1)$ 時点での推定値を意味する。 Q と r はノイズ共分散であり、それぞれ

$$Q = E\{\xi\xi^T\}, \quad r = E\{m^2\} \text{ である。}$$

なお、外乱が定常でかつ (4)、(5) 式が定係数線形システムであれば、定常カルマンフィルタとして扱うことができ、予め (7)、(8)、(10) 式より定常ゲイン K を求めておき、後は観測値が得られる毎に (6)、(9) 式より状態変数を求めればよい。

得られた状態変数のうち操舵や風に起因するヨーイング成分の推定値と風の直流成分を制御器にフィードバックすることにより理想的な天候調整が得られる。

2.3 シミュレーションによる確認

前項で得られた「最適天候調整」の性能をシミュレーションにより確認した。シミュレーションに用いた常数は田中らが行った模型試験結果(「くれない丸」 $L_{pp}=1.3m$)を引用した。

$$K=0.65, \quad T=1.8, \quad T_1+T_2=0.95, \quad T_1T_2=0.193, \quad T_v=0.5, \quad H_v=2.1$$

シミュレーション結果を Fig.2 に示す。カルマンフィルタは定常カルマンフィルタとして扱い、また、その挙動を分かりやすくするため制御器によるフィードバックはかけずにオープンループでのシミュレーションを行った。なお、カルマンフィルタのパラメータは全て真値を使用し、ノイズの共分散はそれぞれ

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}, \quad r = 0.01$$

を用いた。

操舵や風によるヨーイング成分と波によるヨーイング成分が十分に分離され、かつ、推定値に遅れがないことが分かる。

3. 波に対する応答特性の推定

「最適天候調整」を設計するには事前に状態方程式の係数及びノイズの共分散が既知でなければならない。操縦性指数 K 、 T については Z 試験やオンライン推定法で比較的容易に求められる。しかし、波に対する2次応答モデルの係数 T_1 、 T_2 、 K_w については一般の船舶では波高を計測することは容易ではなく、入出力関係より係数 T_1 、 T_2 、 K_w を求めることはできない。また、波スペクトルの係数 S_1 、 S_2 、 S_w も目視平均波高 H_w 、目視平均周期 T_w で表現されているが、絶えず波の状態を監視して、状態が変化する毎にデータを入力するのは実用的でない。そこで波を生成する正規性白色雑音 q から波による応答への伝達関数を簡略化した次式で近似することを考える⁴⁾。

$$\frac{\psi(s)}{q(s)} = \frac{R_w \omega_n^2 s}{s^2 + 2\xi \omega_n s + \omega_n^2} \quad (11)$$

また、波高情報は得られないとの前提に立ち、旋回角速度のスペクトラムより係数 R_w 、 ω_n 、 ξ を求める。ここで制約条件として

・極大値とその時の ω が一致する。

を採用する。実船データを用いて推定した結果を Fig. 3 に示す。波により誘起された成分を十分な精度で推定できていることが分かる。

次に (2)、(3) 式の代わりに (11) を用いた場合の状態方程式を導く。2.1 項と同様にサンプリング時間 τ で離散化すると次の状態方程式が得られる。

$$x'(k+1) = A'x'(k) + b' \delta(k) + g' \xi(k) \quad (12)$$

$$y(k) = c'x'(k) + m(k) \quad (13)$$

(12)、(13) 式より (6) ~ (10) 式と同様のカルマンフィルタ式が得られる。この簡略化した波応答モデルより得られたカルマンフィルタを用いてシミュ

レーションした結果を Fig. 4 に示す。Fig. 2 の結果と比べても近似による影響が少ないことが分かる。

4. まとめ

波浪による船体応答をモデル化し、波浪及び変動風の影響を考慮したカルマンフィルタを導出した。また、旋回角速度のスペクトラムより簡略化した波浪応答モデルを推定し、その有効性をシミュレーションにより確認した。本研究で求めたカルマンフィルタを実船に適用した場合の効果については講演会にて報告する予定である。

参考文献

- 1) 大津、長谷川：オートパイロットの評価と展望、第3回操縦性シンポジウム、1981年12月
- 2) 田中、田古里：回流水槽における操縦性試験および設定航路自動航法実験（第3報）、日本造船学会論文集 130号（1971）
- 3) 有本：カルマンフィルタ、産業図書
- 4) 宮川、佐藤、茅：不規則信号論と動特性推定、コロナ社

$$x'(k) \equiv \begin{bmatrix} \psi(k) \\ \dot{\psi}(k) \\ z'(k) \\ \dot{z}'(k) \\ f(k) \end{bmatrix}, \quad A' \equiv \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & 0 & 0 & a_{17} \\ 0 & a_{22} & 0 & 0 & a_{27} \\ 0 & 0 & a'_{33} & a'_{34} & 0 \\ 0 & 0 & a'_{43} & a'_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$b' \equiv \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad g' \equiv \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ b_2 & 0 \\ 0 & g'_{32} \\ 0 & g'_{42} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$c' \equiv [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]$$

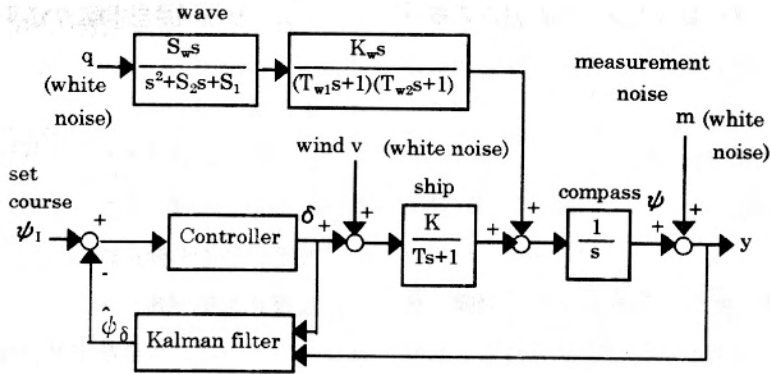


Fig.1 Control block diagram

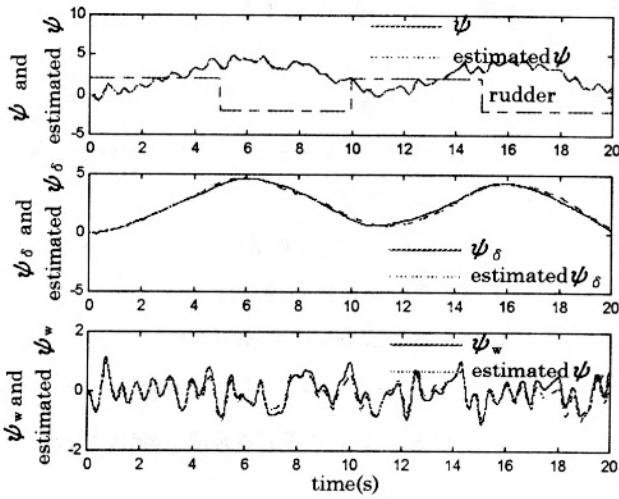


Fig.2 Simulation result of Kalman filter with wave estimator

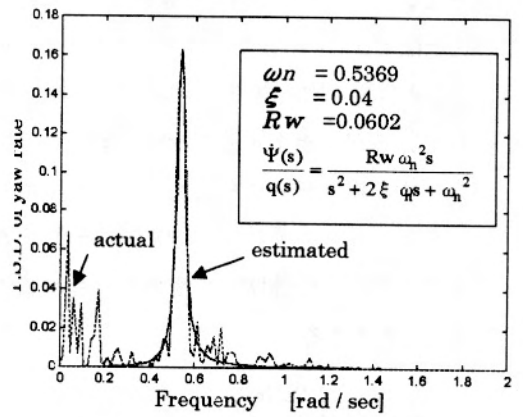


Fig.3 Estimated power spectrum of yaw rate induced by wave

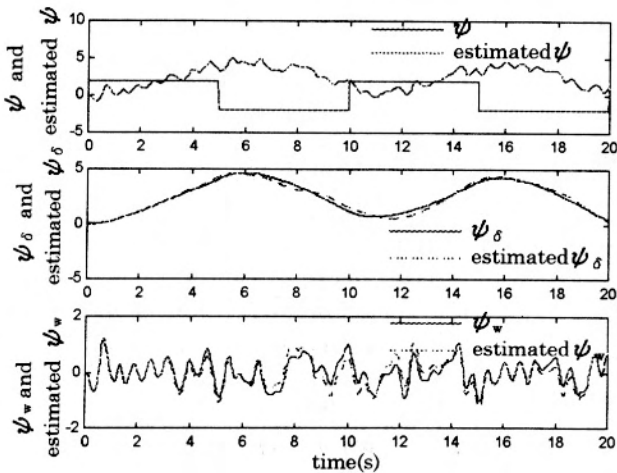


Fig.4 Simulation result of Kalman filter with simplified wave estimator