

## 研究室学生用課題 (2010年)

以下の基本的な数値計算に関する課題に関して、まず計算方法をまとめ、それに基づいて計算プログラムを作り、計算結果を検証しなさい。計算方法などは研究室でお互いに相談しても良いが、計算プログラムは全ての問題に対して独力で作り、できた箇所から随時、研究室のミーティングや勉強会などで報告すること。

- 【1】常微分方程式を解く Runge-Kutta 法 (あるいは / および Runge-Kutta-Gill 法) の概要、計算手順についてまとめ、次の1階常微分方程式をその方法によって数値的に解くプログラムを作成すること。

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = y_2, & y_1(0) = 4 \\ \frac{dy_2}{dt} = -3y_2 + 4y_1, & y_2(0) = -2 \end{cases}$$

ちなみに、この微分方程式の解析解は  $y_1 = \frac{1}{5}(6e^{-4t} + 14e^t)$ ,  $y_2 = \frac{1}{5}(-24e^{-4t} + 14e^t)$  である。これを解析的に求める方法についても述べること。

- 【2】1次元有限区間の数値積分公式として知られている(1)シンプソン (Simpson) の積分公式 (2) ガウス (Gauss) の積分公式の概要を述べ、次に定積分

$$\int_0^{2\pi} e^{\cos x} \cos(nx - \sin x) dx \quad (n \text{ は自然数})$$

の値を、上記の(1)シンプソン (Simpson) (2) ガウス (Gauss) の積分公式で求める計算プログラムを作る。それによって分割数と計算精度の関係を異なる  $n$  の値について確認をすること。ちなみに、定積分の正解値は  $2\pi/n!$  である。

- 【3】添付の  $(x, y)$  データ (ex2010.dat) を最小自乗法によって

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4$$

の式に当てはめる時、係数  $a, b, c, d, e$  はどのようになるか。計算結果だけでなく、計算方法、そのソースプログラムも示せ。

- 【4】有限水深での水波の分散関係式は

$$\begin{aligned} Kh &= k_0 h \tanh k_0 h \\ &= -k_n h \tan k_n h \quad (n = 1, 2, \dots) \end{aligned}$$

で与えられる。 $Kh$  の値を与えて、 $k_0 h, k_n h$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) を求める方法 (Newton-Raphson 法が良いだろう) を考え、そのソースプログラム、計算結果の例を示せ。